

# Comparação de Séries Temporais Fuzzy com Modelos ARIMA para o Produto Interno Bruto do Amazonas

Casemiro Rodrigues de Souza<sup>1</sup>  
[casemiro.rsouza@gmail.com](mailto:casemiro.rsouza@gmail.com)

Josenete Cavalcante Costa<sup>2</sup>  
[josenetec@gmail.com](mailto:josenetec@gmail.com)

Eliezer da Silva Pinto<sup>3</sup>  
[eliezerspinto@gmail.com](mailto:eliezerspinto@gmail.com)

<sup>1</sup> Estatístico pela Universidade Federal do Amazonas

<sup>2</sup> Mestre em Estatística pela Universidade Federal de Minas Gerais

<sup>3</sup> Estatístico pela Universidade Federal do Amazonas

## Resumo

O presente estudo tem por objetivo verificar o melhor modelo para estimar o Produto Interno Bruto do Amazonas através de modelos de Séries Temporais, a série inicia-se do primeiro trimestre de 2002 ao quarto trimestre de 2014. Como metodologia utilizou-se, fonte dados do IBGE, dividiu-se por setor econômico, sendo eles o Agropecuário, Industrial, Serviços e Impostos. Utilizou-se dois modelos Fuzzy, o NFTS e Abbasov Mamedova, quatro critérios foram utilizados para a escolha do melhor modelo entre a Série Temporal Fuzzy, onde eles são: Erro Médio, Erro Absoluto Médio, Erro Quadrático Médio e Raiz do Erro Quadrado Médio. Após modelar a série utilizando os modelos Fuzzy, modelou-se a utilizando os modelos ARIMA, cujo foi necessário apenas uma transformação para modelar as séries em estudo e o critério para o melhor modelo foi o AIC. Após os resultados encontrados dos melhores modelos Fuzzy e ARIMA, estimamos para os anos 2015 e 2016 e comparamos com os valores reais. Percebeu-se que o modelo ARIMA aproximou-se mais dos valores reais, assim optando para fazer as estimativas para os anos de 2017 e 2018 utilizando o modelo ARIMA. Podemos concluir que o modelo ARIMA teve o melhor desempenho para previsão, optando por escolher ele para estimar o Produto Interno Bruto do Amazonas para os anos subsequentes.

**Palavra Chave:** Fuzzy, ARIMA e PIB.

## Introdução

O Produto Interno Bruto – PIB é o indicador mais utilizado na macroeconomia, pois mede o total dos bens e serviços produzidos pelas unidades produtoras residentes destinadas ao consumo final, sendo equivalente a soma dos valores adicionados pelas diversas atividades econômicas acrescida dos impostos, líquidos de subsídios, sobre produtos. Nesse indicador entra todos os bens e serviços consumidos pelas pessoas, empresas e governo. A metodologia para o cálculo do PIB é coordenada pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística – IBGE e está subdividido em cinco seções. A primeira refere-se a construção do valor adicionado da Agropecuária. A segunda descreve os procedimentos para a obtenção do valor adicionado da Indústria, e a terceira apresenta o método de estimativa do setor de Serviços. A quarta seção descreve os critérios de partição do dummy financeiro (é uma dedução financeira aplicada em impostos, representa a diferença entre os juros recebidos e pagos) e a última os critérios de partição dos impostos sobre produtos. O Valor Adicionado (VA) é calculado usando o Valor Bruto da Produção VBP, onde o VBP é a expressão monetária (Preço x Quantidade) da produção realizada em ao longo de determinado tempo menos o Consumo Intermediário (CI) que é o Valor dos Bens e Serviços (Insumos) adquiridos e utilizados na produção, assim:

$$VA = VBP - CI$$

A fonte das informações dos dados que compõem o PIB primeiro veem primeiros de dados já existentes de outras pesquisas, como a Pesquisa Anual da Indústria da Construção – PAIC, Pesquisa de Orçamentos Familiares – POF, Produção Agropecuária Municipal – PAM, entre outras pesquisas elaboradas pelo IBGE. Os dados de energia, comunicação e impostos são fornecidos pelos órgãos responsáveis de cada de estado, como Amazonas Energia e SEFAZ. Em alguns casos onde não há informações, o IBGE faz uma estimativa levando em conta períodos anteriores.

Após o levantamentos das informações e obtenção do Valor Adicionado para as seção soma-se tudo obtendo-se o PIB Nominal, onde:

VA Agropecuária + VA Indústria + VA Serviço + Impostos sobre produtos = PIB Nominal

O PIB nominal é calculado a preços correntes, considerando os preços registrados no período em que o produto foi comercializado e o PIB real são excluídos os efeitos da inflação.

Dado o cenário, este estudo tem como objetivo realizar uma análise de séries temporais Fuzzy e Arima para identificar o modelo mais adequado que modele a série trimestral de 12 anos (período compreendido do primeiro trimestre de 2002 ao quarto trimestre de 2014) e obter estimativas para realizar previsões para o PIB. Foram estimados para os trimestres de 2015 e 2016 e depois comparados com o PIB real divulgados.

## Metodologia para o Modelo de Séries Temporais Fuzzy

A teoria das séries temporais Fuzzy pode ser definida como um formalismo matemático que nos permite eliminar a indefinição e lidar com informações incompletas e imprecisas de natureza qualitativa e quantitativa. A teoria dos conjuntos fuzzy, avançada por L. Zadeh, um dos representantes bem conhecidos da matemática aplicada moderna, ao excluir qualquer descrição definitiva da tarefa oferece tal esquema de solução do problema que um raciocínio subjetivo e avaliação desempenha um papel principal na avaliação indefinida, fato obscuro. Assim, qualquer pessoa, encontrando informações/dados completos e incompletos, pode formar alguma conclusão, mesmo que de forma grosseira, passando através do seu raciocínio todas essas realidades.

## Algumas Definições Básicas

**Definição 1.** Um conjunto fuzzy é uma classe de objetos com um conjunto de grau de adesão. Seja  $U$  o universo com  $U = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ , onde  $u_i$  são possíveis valores linguísticos de  $U$ , seja  $Y(t) (t = \dots, 0, 1, 2, \dots)$  o subconjunto de  $U$ , em que conjuntos fuzzy  $f_i(t), (i = 1, 2, 3, \dots)$  é a definição e  $F(t)$  é a coleção de  $f_i$ , portanto  $F(t)$  é definido como um série temporal fuzzy em  $Y(t)$ .

**Definição 2.** Suponha que  $F(t)$  é causado apenas por  $F(t-1)$  e é denotado por  $F(t-1) \rightarrow F(t)$ ; então há uma relação entre  $F(t)$  e  $F(t-1)$  e pode ser expressada como a equação relacionada fuzzy:

$$F(t) = F(t-1) \circ R(t, t-1)$$

Onde "o" é o Max-Min operador de composição. A relação  $R$  é chamado de primeira ordem do modelo  $F(t)$ . Além disso, a relação fuzzy de  $R(t, t-1)$  e  $F(t)$  é independente do tempo  $t$ , isto é, para diferentes tempos  $t_1$  e  $t_2$ ,  $R(t_1, t_1-1) = R(t_2, t_2-1)$ , então  $F(t)$  é chamada de série temporal fuzzy invariante no tempo.

**Definição 3.** Se  $F(t)$  é causado por conjuntos mais difusos,  $F(t-n), F(t-n+1), \dots, F(t-1)$ , a relação fuzzy é apresentada por  $A_{i1}, A_{i2}, A_{i3}, \dots, A_{in} \rightarrow A_j$ , onde,  $F(t-n) = A_{i1}, F(t-n+1) = A_{i2}, \dots, F(t-1) = A_{in}$ . Esta relação é chamada de  $n^{th}$  ordens de modelos de séries temporais fuzzy.

Em aplicações reais, no entanto, a informação de um objeto correspondente a um conceito fuzzy pode ser incompleto, ou seja, a soma do grau de adesão e o grau de não pertença de um elemento em um universo correspondente a um conceito fuzzy pode ser menor que um. Na teoria fuzzy, não há meios para incorporar a falta de conhecimento com os graus de adesão. Em 1986, Atanassov, generalizou o conceito de conjunto fuzzy, e definiu o conceito de conjunto fuzzy intuicionista da seguinte forma.

**Definição 4.** Seja  $U$  um conjunto não vazio, o fuzzy intuicionista  $I$  em  $U$  é definido da seguinte forma:

$$I = \{(x, \mu_I(x), \nu_I(x)) \mid \forall x \in U\}$$

Onde as funções  $\mu_I: U \rightarrow [0,1]$  e  $\nu_I: U \rightarrow [0,1]$  define o "grau de associação" e o "grau de não-associação" do elemento  $x$  em  $U$ , respectivamente, e para cada elemento  $x$  de  $U$ ,  $0 \leq \mu_I(x) + \nu_I(x) \leq 1$ .

**Definição 5.** O valor de  $\pi_I(x) = 1 - \mu_I(x) - \nu_I(x)$  é chamado de grau de incerteza (ou não-determinista). Parte da avaliação para o status de membro ou não-membro do elemento  $x$  em  $U$ . Esta parte permanece indeterminista devido à hesitação do tomador de decisão

## Metodologia para o Modelo de Séries Temporais ARIMA

Processos Estacionários: Uma série temporal é estacionária quando ela se desenvolve aleatoriamente, no tempo, em torno de uma média constante, refletindo alguma forma de equilíbrio estável, (Box, G.E.P. & Jenkins, G.W., 1994). Entretanto, a maior parte das séries encontradas na prática apresenta alguma forma de não estacionaridade, sendo necessária alguma transformação. Uma forma de analisar este modelo não-estacionário, é incorporando um processo de diferenças ( $\Delta^d Z_t$ ) no modelo ARMA. Este é o modelo conhecido como ARIMA (modelo autorregressivo integrado de médias móveis), onde  $d$  é a ordem das diferenças necessárias para tirar a tendência da série. Neste trabalho verificou-se a estacionaridade da série temporal através dos testes Said & Dickey (1984) – ADF e Kwiatkowski (1992) – KPSS.

### Testes de Raízes Unitárias ADF e KPSS

Neste artigo usaremos dois testes para verificar a existência de raiz unitária. Aplicaremos os testes Said & Dickey (1984) – ADF e Kwiatkowski (1992) – KPSS. O teste ADF examina a hipótese nula de existência de raiz unitária,  $H_0 = I(1)$ , enquanto o teste de KPSS examina a hipótese nula de inexistência de raiz unitária,  $H_0 = I(0)$ . A utilização dos testes ADF e KPSS conjuntamente pode gerar quatro resultados.

- A rejeição da hipótese nula do teste ADF e a não rejeição da hipótese nula do teste KPSS, indica forte evidência de um processo estacionário;
- A não rejeição da hipótese nula do teste ADF e a rejeição da hipótese nula do teste KPSS, indicando que a série possui raiz unitária;
- A não rejeição das hipóteses nulas em ambos os testes ADF e KPSS, o que gera uma indeterminação sobre o processo gerador dos dados;
- A rejeição da hipótese nula em ambos os teste ADF e KPSS, sugerido que o processo gerador não é  $I(0)$  nem  $I(1)$ , indicando uma provável integração fracionária.

### Modelo ARIMA

Muitas séries encontradas na prática não são estacionárias, mas podemos modelar essas séries tornando-as estacionárias fazendo a diferenciação desta série. Seja  $Z_t$  uma série temporal não estacionária. Tomamos  $W_t = \Delta Z_t = Z_t - Z_{t-1}$ , sendo diferenciada uma vez de  $Z_t$ . Denotamos por  $W_t^d = \Delta^d Z_t$  a série diferenciada  $d$  vezes de  $Z_t$ .

Podemos representar  $W_t$  por um modelo ARMA, como  $W_t$  é uma diferença de  $Z_t$ . Então  $Z_t$  é uma integral de  $W_t$ , assim dizemos que  $Z_t$  segue um modelo autorregressivo integrado de médias móveis, isto é, um modelo ARIMA de ordem  $(p,d,q)$  e escrevemos ARIMA  $(p,d,q)$ , onde  $p$  é a ordem da componente autorregressiva,  $d$  é o número de diferenças tomadas na série e  $q$  é a ordem de componente de média móveis.

Portanto, podemos descrever todos os modelos utilizando a nomenclatura ARIMA:

- ARIMA  $(p,0,0) = AR(p)$
- ARIMA  $(0,0,p) = MA(q)$
- ARIMA  $(p,0,q) = ARMA(p,q)$

### Critério de Informação de Akaike (AIC)

O critério de Informação de Akaike (AIC) é definido como:

$$AIC_p = -2 \log(L_p) + 2[(p + 1) + 1]$$

Em que  $L_p$  é a função de máxima verossimilhança do modelo e  $p$  é o número de variáveis explicativas consideradas no modelo. O AIC aumenta conforme a Soma dos Quadrados dos Erros (SQE) aumenta. Este critério penaliza modelos com muitas variáveis sendo que valores menores de AIC são preferíveis.

## Ajustes do Modelo

Uma abordagem utilizada na análise de modelos paramétricos de séries temporais é a modelagem de Box-Jenkins que está baseada no ajuste de modelos ARIMA (p,d,q), segue um ciclo de esquemas:

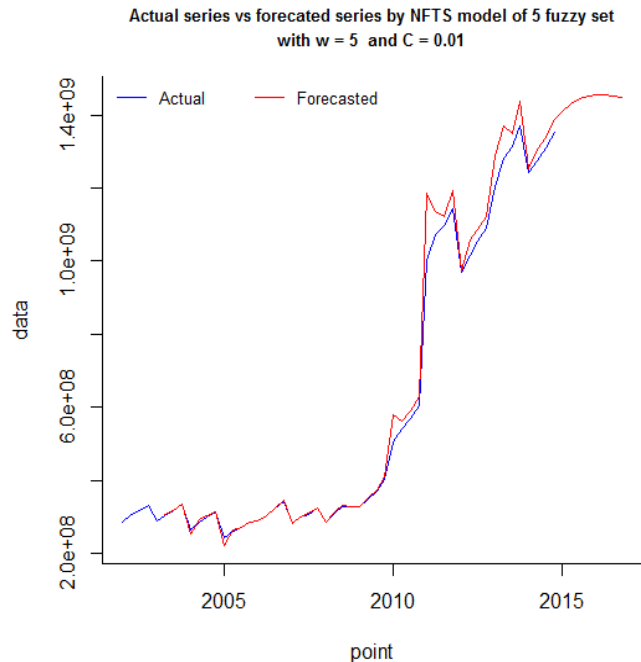
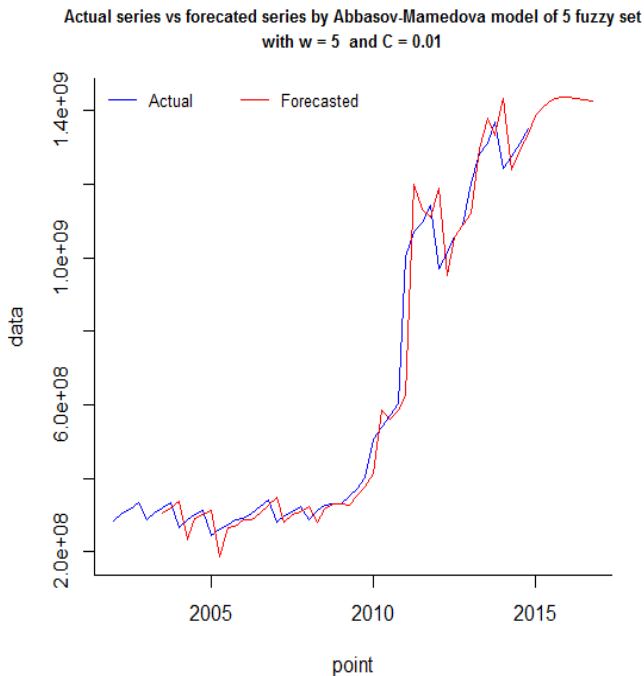
- 1) Identificação: baseada na análise das autocorrelações, autocorrelações parciais e outros critérios;
- 2) Estimação: onde os parâmetros do modelo identificados são estimados;
- 3) Diagnóstico: verifica se o modelo selecionado descreve adequadamente a dinâmica dos dados.
- 4) Previsão: caso o ciclo acima seja bem realizado, seguimos com a previsão.

## Resultados

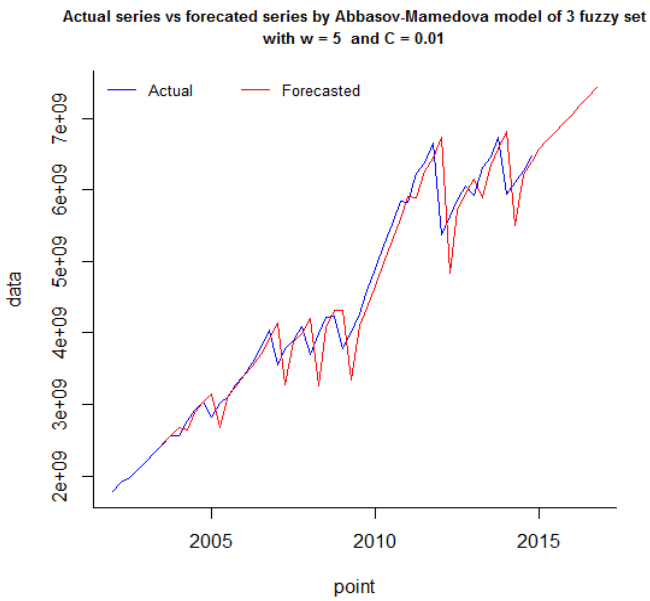
Utilizou-se uma série histórica trimestral iniciando a partir do primeiro trimestre de 2002 ao quarto trimestre de 2014 e optou-se por fazer a análise separada por setor (Agropecuária, Indústria, Serviço e Impostos) e depois somar para termos o Produto Interno Bruto (Agropecuária + Indústria + Serviço + Impostos = PIB). Estimou-se do primeiro trimestre de 2015 ao quarto trimestre de 2016 e comparou com o valor real. Para o Modelo de Série Temporal Fuzzy utilizou-se dois modelos, o NFTS e o Abbasov Mamedova. Dentre esses modelos escolheu-se o número de conjuntos difusos ( $n = 3, 5, 7, 9, 11$ ). Utilizou quatro critérios para escolher o melhor modelo entre a Série Temporal Fuzzy, onde eles são: Erro Médio (EM), Erro Absoluto Médio (EBM), Erro Quadrático Médio (EQM) e Raiz do Erro Quadrado Médio (REQM). Os gráficos abaixo mostram os melhores modelos para cada setor utilizando o Modelo de Série Temporal Fuzzy.

**Gráfico 1:** Melhor modelo para Agropecuária utilizando Abbasov-Mamedova foi com 5 conjuntos de difuso.

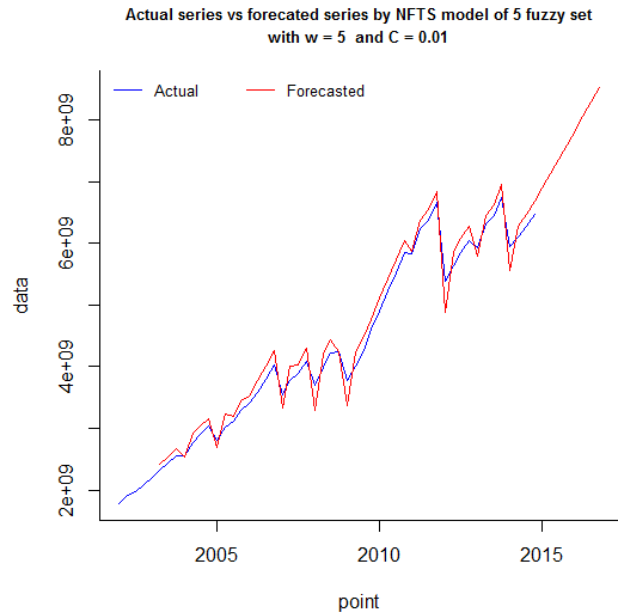
**Gráfico 2:** Melhor modelo para Agropecuária utilizando NFTS foi com 5 conjuntos de difuso.



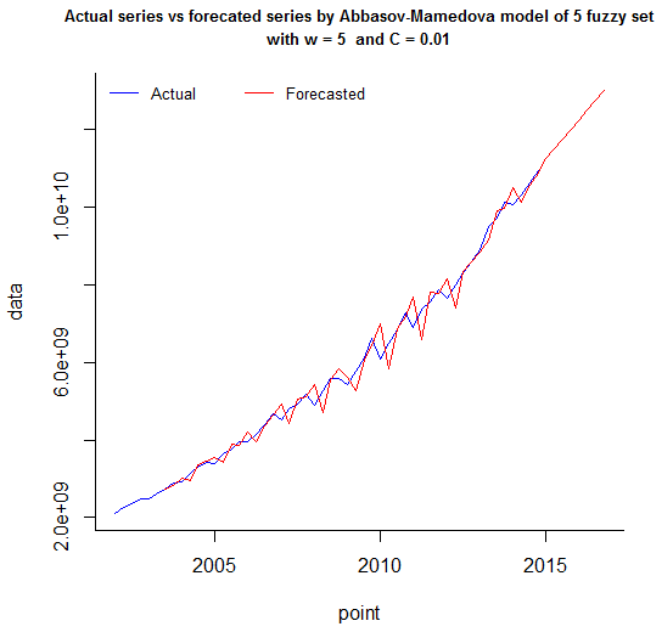
**Gráfico 3:** Melhor modelo para Indústria utilizando Abbasov-Mamedova foi com 3 conjuntos de difuso.



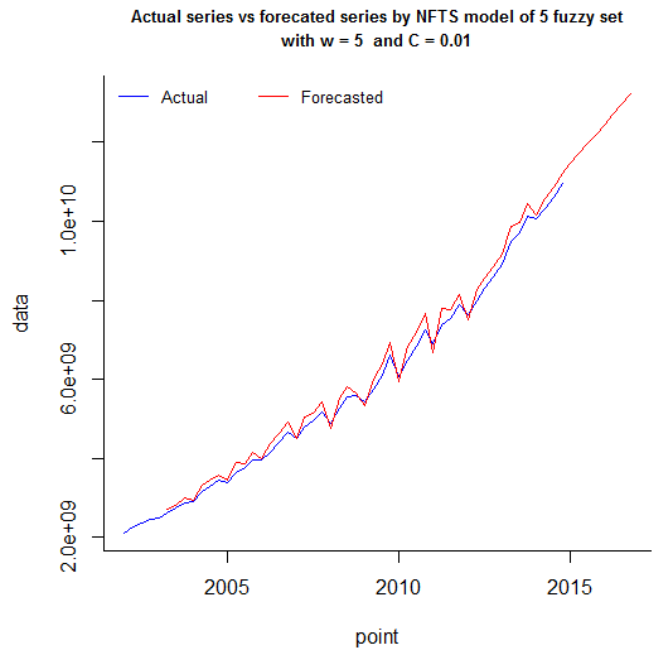
**Gráfico 4:** Melhor modelo para Industria utilizando NFTS foi com 5 conjunto de difuso



**Gráfico 6:** Melhor modelo para o Serviço utilizando Abbasov-Mamedova foi com 5 conjuntos de difuso.

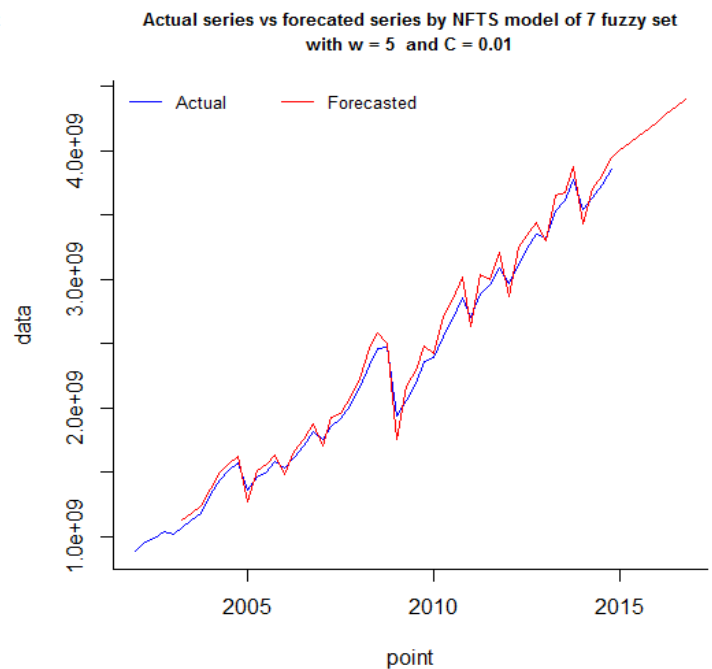
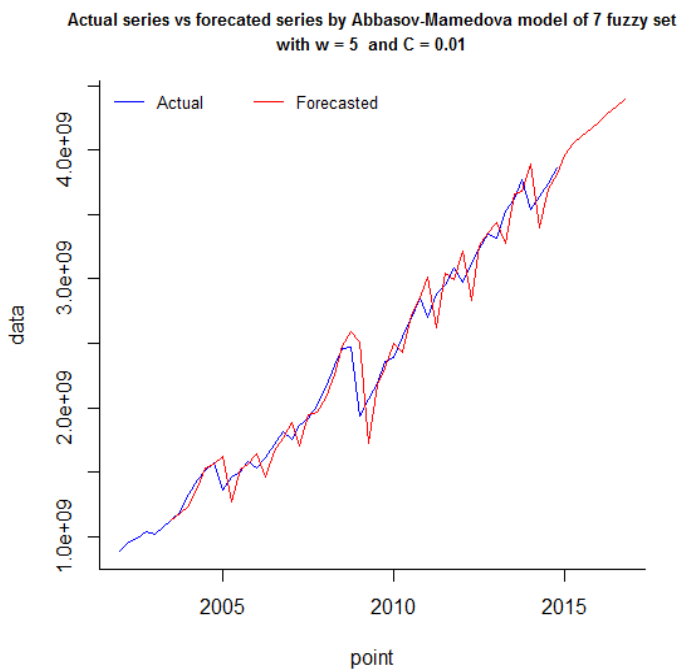


**Gráfico 7:** Melhor modelo para o Serviço utilizando NFTS foi com 5 conjuntos de difuso.



**Gráfico 8:** Melhor modelo para os Impostos utilizando Abbasov-Mamedova foi com 5 conjuntos de difuso.

**Gráfico 9:** Melhor modelo para os Impostos utilizando NFTS foi com 7 conjuntos de difuso.



Após as análises dos Modelos de Séries Temporais Fuzzy, faremos a análise para modelo de Série Temporal ARIMA, para depois comparamos. Para analisarmos se a série poderá ser modelada por um modelo ARIMA, verificamos se a série segue um processo estacionário, onde foram utilizados os testes de Said & Dickey (1984) – ADF e Kwiatkowski (1992) – KPSS, como podemos ver na tabela 1.

**Tabela 1:** Teste da raiz unitária para a série PIB por setor econômico.

Teste	P-valor para Agropecuária	P-valor para Indústria	P-valor para Serviço	P-valor para Impostos
ADF	0.6614	0.5964	0.99	0.4908
KPSS	0.01	0.01	0.01	0.01

Assumindo um nível de significância de 5%, verificamos que no teste ADF não rejeitamos a hipótese nula para nenhum setor e no teste KPSS rejeitamos a hipótese nula para todos os setores também. Como vimos anteriormente na metodologia, utilizando o ADF e KPSS conjuntamente temos quatro resultados, onde nesse caso temos o resultado que a série de todos os setores possui uma raiz unitária, nos indicando que a série não é estacionária. Podemos modelar essas séries tornando-as estacionárias através da diferenciação, assim tornando elas um ARIMA (p,d,q). Para modelar essas séries temos que estimar  $d$ , onde  $d$  é a ordem das diferenças necessárias para tirar a tendência da série. Na tabela 2, apresentamos as estimativas do parâmetro  $d$  utilizando os testes propostos por Geweke & Porter-Hudak (GPH) e Reisen.

**Tabela 2:** Estimativa de  $d$

Teste	Agropecuária	Indústria	Serviço	Impostos
GPH	1.39	1.25	1.03	1.06
Reisen	1.23	1.21	1.13	1.13

Podemos observar nos dois testes de GPH e Reisen, em todos os setores, que  $d$  está próximo de 1, então podemos modelar fazendo apenas uma diferenciação. Para escolhermos o melhor modelo utilizaremos o

Critério de Informação de Akaike (AIC), isto é, o melhor modelo foi escolhido de tal forma que apresentasse o menor valor de AIC, como podemos ver na tabela 3.

**Tabela 3:** Estimativas dos modelos ARIMA

(p, d, q)	AIC Agropecuária	AIC Indústria	AIC Serviço	AIC Impostos
(1,1,1)	1996.678	2141.387	2131.307	2058.074
(0,1,1)	<b>1995.650</b>	2143.025	2131.542	2059.828
(2,1,1)	1997.991	2144.987	2127.938	2061.264
(0,1,0)	1996.716	2143.040	2132.246	2059.874
(1,1,2)	1998.050	2145.030	2131.693	2061.346
(1,1,0)	1999.871	2139.291	2139.291	2139.291
(0,1,2)	2000.690	2139.906	2131.600	<b>2052.033</b>
(2,1,0)	1999.915	2139.904	<b>2111.745</b>	2111.745
(2,1,2)	1996.987	<b>2138.558</b>	2115.176	2055.446

Na tabela 3 encontramos os valores dos AIC's para os modelos  $p,q= 0,1$  e 2. O melhor modelo será aquele que tiver o menor AIC, neste caso eles estão de vermelho. O próximo passo é investigar o desempenho dos modelos e as habilidades para previsão.

## Previsões Futuras

O melhor critério para escolher um modelo de previsão é a sua capacidade preditiva, ou seja, quão perto estão as previsões dos valores posteriormente observados. Nós estimaremos por setor econômico do primeiro trimestre de 2015 ao quarto trimestre de 2016 e iremos comparar com os valores reais desse período. Nas tabelas 4, 5, 6 e 7 podemos observar o comportamento preditivo dos modelos.

**Tabela 4:** Previsão para agropecuária do primeiro trimestre de 2015 ao quarto trimestre de 2016.

PERIODO	AGROPECUÁRIA	AGROPECUÁRIA Fuzzy Abbasov Mamedov	AGROPECUÁRIA Fuzzy NFTS	AGROPECUÁRIA Arima (1,1,0)
2015.I	1.246.259.819	1.388.437.181	1.411.044.823	1.358.925.315
2015.II	1.268.297.774	1.412.890.074	1.430.036.731	1.359.829.813
2015.III	1.292.816.615	1.429.060.776	1.443.983.520	1.359.962.512
2015.IV	1.330.954.520	1.436.109.777	1.452.076.201	1.359.981.981
2016.I	1.283.068.304	1.436.931.931	1.454.998.241	1.359.984.837
2016.II	1.333.887.615	1.434.382.565	1.454.425.824	1.359.985.256
2016.III	1.353.139.618	1.430.914.804	1.451.865.267	1.359.985.317
2016.IV	1.396.288.455	1.427.295.329	1.448.484.335	1.359.985.327

**Tabela 5:** Previsão para indústria do primeiro trimestre de 2015 ao quarto trimestre de 2016.

PERIODO	INDÚSTRIA	INDÚSTRIA Fuzzy Abbasov Mamedov	INDÚSTRIA Fuzzy NFTS	INDÚSTRIA Arima (1,1,1)
2015.I	7.285.902.701	6.580.449.386	6.895.269.399	6.328.092.790
2015.II	7.414.741.322	6.699.459.031	7.119.925.692	6.470.711.437
2015.III	7.558.083.733	6.821.111.470	7.349.536.384	6.328.844.153
2015.IV	7.781.046.118	6.943.204.079	7.582.151.124	6.469.964.033
2016.I	7.501.093.011	7.065.322.024	7.815.903.718	6.329.587.619
2016.II	7.798.193.625	7.187.440.550	8.049.993.404	6.469.224.483
2016.III	7.910.744.972	7.309.559.077	8.284.130.024	6.330.323.273
2016.IV	8.163.002.344	7.431.677.604	8.518.270.051	6.468.492.706

**Tabela 6:** Previsão para o Serviço do primeiro trimestre de 2015 ao quarto trimestre de 2016.

PERIODO	SERVIÇO	SERVIÇO Fuzzy Abbasov Mamedov	SERVIÇO Fuzzy NFTS	SERVIÇO ARIMA
2015.I	10.151.191.371	11.238.194.138	11.463.108.823	11.137.382.275
2015.II	10.330.697.678	11.489.748.111	11.713.782.332	11.375.631.993
2015.III	10.530.411.607	11.740.665.037	11.965.113.895	11.596.844.459
2015.IV	10.841.057.238	11.992.024.520	12.216.469.532	11.822.870.190
2016.I	10.451.008.443	12.243.384.608	12.467.829.751	12.046.488.762
2016.II	10.864.948.255	12.494.744.839	12.719.189.982	12.270.089.102
2016.III	11.021.762.078	12.746.105.070	12.970.550.213	12.492.883.775
2016.IV	11.373.223.381	12.997.465.301	13.221.910.444	12.715.135.281

**Tabela 7:** Previsão para os Impostos do primeiro trimestre de 2015 ao quarto trimestre de 2016.

PERIODO	IMPOSTOS	IMPOSTOS Fuzzy Abbasov Mamedov	IMPOSTOS Fuzzy NFTS	IMPOSTOS Arima (2,1,2)
2015.I	3.848.392.713	3.966.158.857	4.007.238.011	3.858.649.324
2015.II	3.916.444.899	4.053.952.186	4.059.009.571	3.962.174.239
2015.III	3.992.157.946	4.114.544.582	4.115.239.927	3.964.192.645
2015.IV	4.109.926.033	4.167.010.280	4.171.918.902	4.067.691.252
2016.I	3.962.055.612	4.223.690.013	4.228.814.789	4.069.705.873
2016.II	4.118.983.296	4.280.440.162	4.285.726.914	4.173.178.178
2016.III	4.178.432.592	4.337.354.010	4.342.641.415	4.175.189.016
2016.IV	4.311.674.205	4.394.268.201	4.399.555.932	4.278.635.027

Na tabela 8 podemos observar as estimativas anualizadas, onde soma-se os trimestres dos anos para verificamos o valor estimado para o ano em análise.

**Tabela 8:** Valores estimados versus valores reais.

Ano	Real	Abbasov Mamedov	NFTS	ARIMA
2015	92.898.382.089	95.473.019.485	98.395.904.867	92.821.748.411
2016	97.021.505.807	102.440.976.088	107.114.290.304	97.258.873.832



Nota-se que o modelos ARIMA têm as melhores capacidades de previsões, assim escolheremos os modelos ARIMA para fazer as previsões para o Produto Interno Bruto dos próximos anos. Na tabela 9 tem as estimativas para o PIB para os anos de 2017 e 2018.

**Tabela 9:** Estimativa do PIB para os anos de 2017 e 2018

Ano	PIB do Amazonas
2017	102.232.640.932
2018	106.748.125.106

Para as estimativas do PIB nos anos 2017 e 2018, como foi citado na metodologia, primeiro estimou-se por setor e depois somou-se estes setores (Agropecuária + Indústria + Serviços + Impostos = PIB). Para o ano de 2017 a estimativa do PIB do Amazonas é de R\$ 102,233 bilhões e para o ano de 2018 é de R\$ 106,748 bilhões.

## Conclusões

Através dos modelos de Series Temporais Fuzzy e ARIMA tentou encontrar o melhor modelo para estimar o Produto Interno Bruto – PIB do Amazonas. O PIB é composto por quatro setores, sendo eles o Agropecuário, Industrial, Serviço e Impostos. Modelou primeiro utilizando os Modelos Fuzzy, cujo para análise foram os modelos de NFTS e Abbasov Mamedova. Dentre esses modelos escolheu-se o número de conjuntos difusos ( $n = 3, 5, 7, 9, 11$ ). Utilizou quatro critérios para escolher o melhor modelo entre a Série Temporal Fuzzy, onde eles são: Erro Médio (EM), Erro Absoluto Médio (EBM), Erro Quadrático Médio (EQM) e Raiz do Erro Quadrado Médio (REQM). Depois de modelar a série através dos modelos fuzzy, partimos para modelar através dos modelos ARIMA, onde todos os setores houve a necessidade de fazer apenas uma diferenciação e a escolha do melhor modelo foi através do AIC.

Após a escolha dos melhores modelos dentre Fuzzy e ARIMA, estimou-se do primeiro trimestre de 2015 ao quarto trimestre de 2016 e comparou-se com o valor real já existente. Observou-se que o Modelo ARIMA foi o que mais se aproximou do valor real, assim optando por utilizar o modelo ARIMA para futuras previsões.

## Referências

- Atanassov, K.: Intuitionistic fuzzy sets: Theory and applications. Physica-Verlag, Heidelberg (1999)
- BOX, G.E.P. & JENKINS, G.W. and REINSEL, G.C. Time Series Analysis: Forecasting and Control. Third Edition. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J., 1994.
- CRYER, Jonathan and CHAN, Kung-Sik, Times Series Analysis with Applications in R, Second Edition, 2008.
- Júnio, C.C, I Workshop de Cogeração e Climatização a Gás Natural, 27 de novembro de 2013.
- MORETTIN, P.A. & TOLOI, C.M. Análise de Séries Temporais. Editora Edgard Blücher, São Paulo, 2004
- MONTGOMERY, D.C. & JONHSON, L.A. Forecasting and Time Series Analysis, New York, Mcgraw-Hill, 1976.
- Q. Song and B.S. Chissom, Fuzzy time series and its models, Fuzzy Sets and Systems 54 (1993) 269-277.
- SHUMWAY, Robert and STOFFER, David, Times Series Analysis ans Its Applications with R examples, Third Edition, 2011.
- S.M.Chen, Forecasting enrollments based on fuzzy time series. Fuzzy Sets and Systems 81 (1996).
- W.C. Weiler, A model for short-term institutional enrollment forecasting, J. of Higher Education 51(3) (1980) 314-327.